Môn Học:

PHƯƠNG PHÁP SỐ .

GV: Th.S Nguyễn Tấn Phúc.
Bộ Môn Cơ Điện Tử .

Email: phucpfiev1@gmail.com.
phucnt@hcmuaf.edu.vn.
Tel : 0126.7102772.

Môn Học:

PHƯƠNG PHÁP SỐ .

GV: Th.S Nguyễn Tấn Phúc.
Bộ Môn Cơ Điện Tử .

Email: phucpfiev1@gmail.com.
phucnt@hcmuaf.edu.vn.
Tel : 0126.7102772.

CHƯƠNG 3:

HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

I. ĐẶT BÀI TOÁN :

Hệ phương trình tuyến tính n pt và n ẩn có dạng

$$Ax = b$$

với

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Các phương pháp giải

- Phương pháp giải chính xác
  - ***Phương pháp Gauss***
  - Phương pháp Gauss-Jordan
  - Phương pháp nhân tử LU
  - Phương pháp Cholesky
- Phương pháp giải gần đúng
  - ***Phương pháp lặp Jacobi***
  - Phương pháp lặp Gauss-Seidel

II. PHƯƠNG PHÁP GAUSS

1. Các dạng ma trận đặc biệt :

a. Ma trận chéo :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$\det A = a_{11}a_{22} \dots a_{nn} \neq 0 \Leftrightarrow a_{ii} \neq 0, \forall i$

Pt A*X=B có nghiệm $x_i = b_i/a_{ii}$

b. Ma trận tam giác dưới

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$\det A = a_{11}a_{22} \dots a_{nn} \neq 0 \Leftrightarrow a_{ii} \neq 0, \forall i$

Phương trình có nghiệm:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1}{a_{11}} \\ x_k = \dfrac{1}{a_{kk}}[b_k - \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj}x_j], k = 2,n \end{cases}$$

c. Ma trận tam giác trên :

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$\det A = a_{11}a_{22} \dots a_{nn} \neq 0 \Leftrightarrow a_{ii} \neq 0, \forall i$

Phương trình có nghiệm

$$\begin{cases} x_n = \dfrac{b_n}{a_{nn}} \\ x_k = \dfrac{1}{a_{kk}}[b_k - \sum\limits_{j=k+1}^{n} a_{kj}x_j], k = \overline{1, n-1} \end{cases}$$

2. Phương pháp Gauss :

Ta sử dụng các phép biến đổi sơ cấp theo dòng để chuyển ma trận A về ma trân tam giác trên

Các phép biến đổi sơ cấp theo dòng

- *hoán chuyển 2 dòng*
- *nhân 1 dòng với 1 số khác 0.*
- *cộng 1 dòng với dòng khác.*

Ví dụ : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -8 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -20 \\ x_1 + x_2 + x_3 \qquad = -2 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$$

Giải

$$[A/b] = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 & -8 \\ 2 & -2 & 3 & -3 & -20 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 4 & 3 & 4 \end{array}\right) \xrightarrow[h_4=h_4-h_1]{\substack{h_2=h_2-2h_1 \\ h_3=h_3-h_1}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 12 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[h_4=h_4/2]{h_2 \leftrightarrow h_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 & -8 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 6 \end{array}\right) \xrightarrow{h4=h4+h3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 & -8 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

Giải pt ma trận tam giác trên, ta được nghiệm

$x = (-7, 3, 2, 2)^t$

Giải hệ phương trình bằng Gauss:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -3x_1 - 4x_2 + 4x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$

GIẢI

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -4 & 4 & -7 \\ 2 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow[H3=h3-2h1]{h2=h2+3h1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{H3=h3-h2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

$$x_1 = 1$$
$$x_2 = 3$$
$$x_3 = 2$$

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp gauss :

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 & 4 & 16 \\ 12 & -8 & 6 & 10 & 26 \\ 3 & -13 & 9 & 3 & -19 \\ -6 & 4 & 1 & -18 & -34 \end{pmatrix}$$

GIẢI:

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 & 4 & 16 \\ 12 & -8 & 6 & 10 & 26 \\ 3 & -13 & 9 & 3 & -19 \\ -6 & 4 & 1 & -18 & -34 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{H4=h4+h1}]{\substack{\text{H2=h2-2h1} \\ \text{H3=h3-0.5h1}}} \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 & 4 & 16 \\ 0 & -4 & 2 & 2 & -6 \\ 0 & -12 & 8 & 1 & -27 \\ 0 & 2 & 3 & -14 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 & 4 & 16 \\ 0 & -4 & 2 & 2 & -6 \\ 0 & -12 & 8 & 1 & -27 \\ 0 & 2 & 3 & -14 & -18 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{H4=h4+0.5h2}]{\text{H3=h3-3h2.}} \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 & 4 & 16 \\ 0 & -4 & 2 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & -5 & -9 \\ 0 & 0 & 4 & -13 & -21 \end{pmatrix}$$

H4=h4-2h3

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 & 4 & 16 \\ 0 & -4 & 2 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & -5 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = -2 \\ x_4 = 1 \end{cases}$$

Bài tập về nhà S/38.
Sách Thầy Nguyễn Văn Hùng

Kết thúc chương 3.....